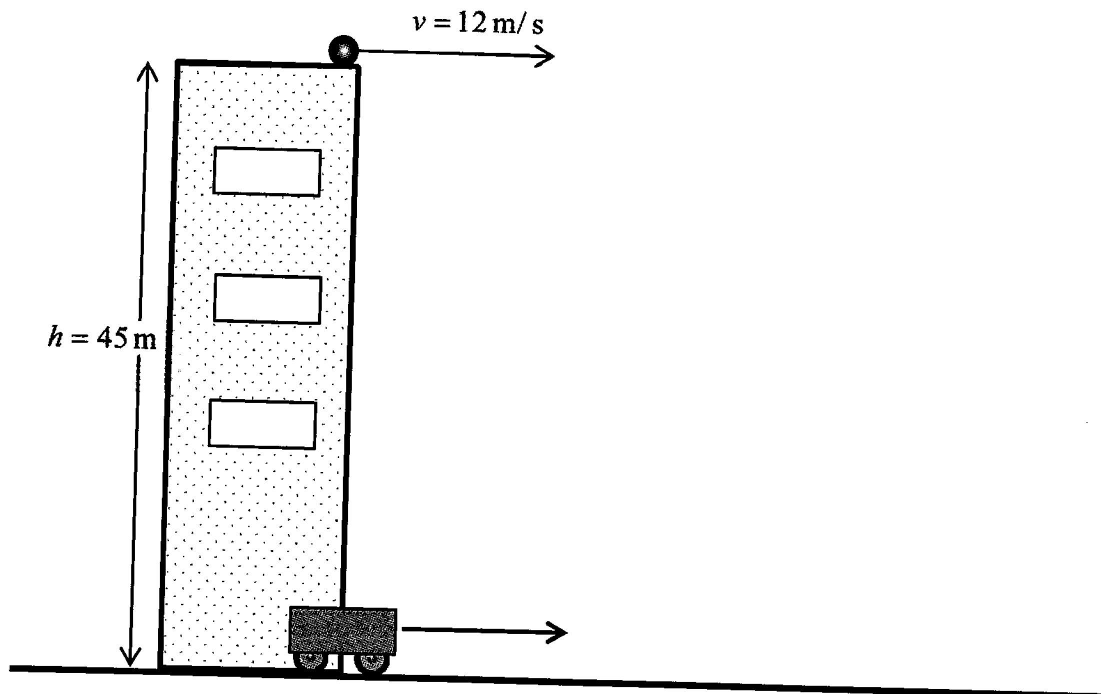
פרק 3 – שאלות בזריקה משופעת

שאלה 1\פרק 3

תלמיד עומד על גג בניין שגובהו $h=45\text{m}$, וזורק אופקית כדור קטן במהירות קבועה של 12m/s.
בתחתית הבניין נמצאת עגלה (קטנה מאוד) שיכולה לנוע על מסילה אופקית העוברת בצמוד לבניין, כמתואר בתרשים שלפניך.



א. קבע באיזה זמן, ביחס ל-$t=0$, על התלמיד לזרוק את הכדור במישור אופקי ובכיוון תנועת העגלה על מנת שהכדור יפגע בעגלה, אם:

1) העגלה נעה במהירות קבועה של 6m/s וברגע $t=0$ חולפת ליד הבניין ונמצאת בדיוק מתחת לכדור.

2) העגלה מתחילה לנוע ממנוחה ב-$t=0$ מתחתית הבניין בתאוצה קבועה של 2m/s^2.

ב. חשב את מהירות פגיעת הכדור בעגלה בשני המקרים המתוארים בסעיף א'.

ג. חשב את המהירות הממוצעת של הכדור בפרק הזמן מ-$t=0$ עד לשנייה שבה הכדור פגע בעגלה, בכל אחד משני המקרים המתוארים בסעיף א'.

ד. במקרה אחר, התלמיד זורק את הכדור ב-$t=0$, בכיוון אופקי (במהירות 6m/s). לאחר שנייה העגלה מתחילה לנוע ממנוחה, מתחתית הבניין, בתאוצה קבועה. חשב מה צריך להיות הגודל של תאוצת העגלה על מנת שהכדור יפגע בעגלה.

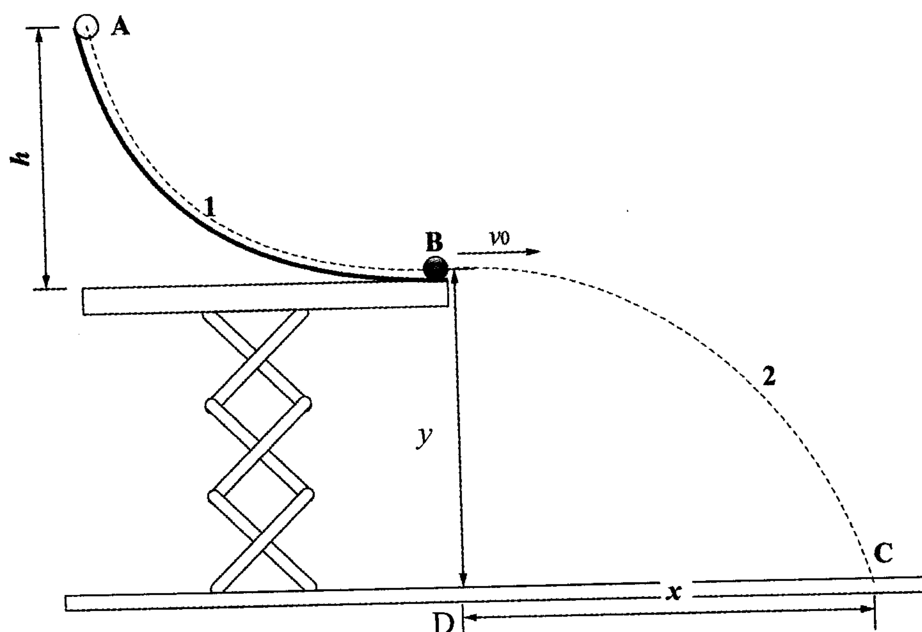
שאלה 2\פרק 3

בתרשים שלפניך מתוארת מערכת ניסוי המורכבת ממסלול עקום וחלק AB המקובע על מתקן שאת גובהו ביחס לרצפה, y, ניתן לשנות (ג'יק). המסלול AB נמצא במישור הניצב לרצפה (ראה תרשים).

נתון שגובה הקצה A של המסלול העקום ביחס לתחתית המסלול (B) הוא h, ושהקטע האחרון של המסלול מקביל לפני הרצפה.

קבוצת תלמידים עורכים את הניסוי הבא באמצעות מערכת זו:

הם משחררים גוף קטן מהקצה A של המסלול העקום. הגוף מחליק על המסלול ועוזב אותו בקצה B במהירות אופקית שגודלה v_0. הגוף פוגע ברצפה בנקודה C הנמצאת במרחק x מהנקודה D, שהיא הנקודה הנמצאת על הרצפה בדיוק מתחת לנקודה B (ראה תרשים).



התלמידים רושמים את הערכים של x ו-y. התלמידים חוזרים על אותו ניסוי מספר פעמים, ובכל פעם הם משנים את הגובה y ורושמים את x המתקבל. להלן התוצאות שקיבלו התלמידים:

y(m)	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
x(m)	0.28	0.35	0.4	0.45	0.49

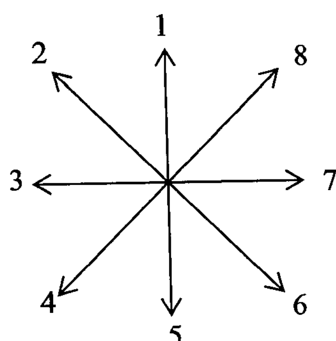
א. בחר ציר x אופקי כיוונו החיובי ימינה, וציר y אנכי כיוונו החיובי כלפי מטה. את ראשית הצירים קבע בנקודה B, והוכח שמתקיים הקשר הבא בין x ו-y: $x^2 = \frac{2v_0^2}{g} y$.

ב. שרטט גרף לינארי המתאר את תוצאות הניסוי.

ג. חשב את המהירות v_0 ואת גובה המסלול העקום, h.

ד. חשב את הגודל והכיוון של מהירות פגיעת הגוף ברצפה, כאשר $y = 45\text{cm}$.

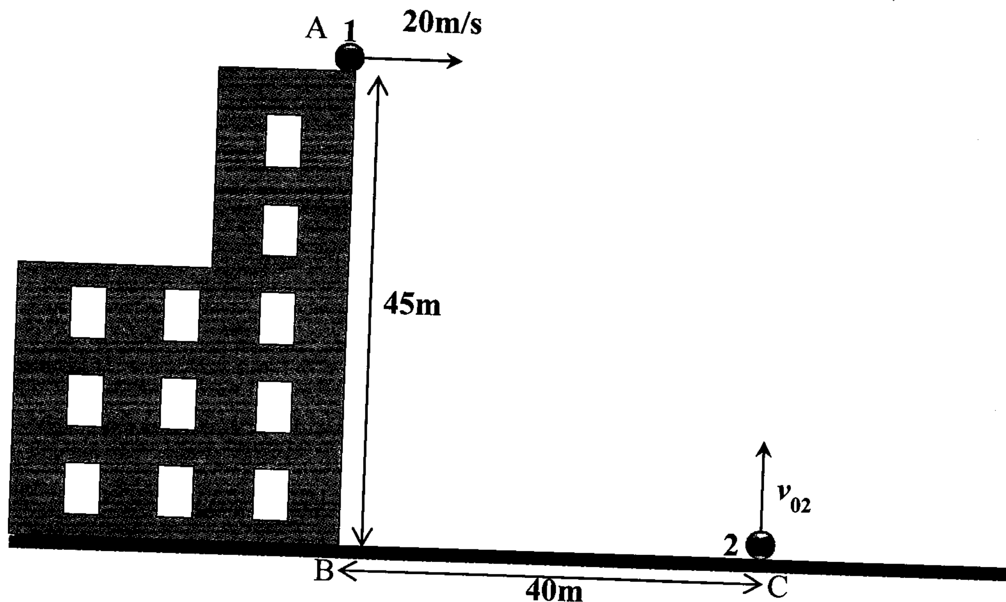
ה. קבע את כיוון התאוצה בכל אחת משתי הנקודות 1 ו-2 שבתרשים למעלה. היעזר בתרשים החיצים שלפניך.



ו. הוכח שכיוון $\Delta\vec{v}$ בין כל שתי נקודות על קטע המסלול הנמצא בין שתי הנקודות B ו-C (ראה תרשים) הוא כלפי מטה.

שאלה 3\פרק 3

זורקים ב-$t=0$ כדור 1 מנקודה A מפינת גגו של בניין שגובהו 45m במהירות אופקית שגודלה 20m/s. באותו רגע, נזרק מהקרקע כדור נוסף, 2, בזריקה אנכית כלפי מעלה במהירות v_{02}. הכדור 2 נזרק מנקודה C המרוחקת 40 מ' מנקודה B הנמצאת בתחתית הבניין בדיוק מתחת לנקודה ממנה נזרק הכדור 1 (ראה תרשים).



בוחרים ציר x אופקי שכיוונו החיובי ימינה, ציר y אנכי שכיוונו החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודה שממנה נזרק הכדור 1.

א. בטא את הקואורדינטות x_1 ו- y_1 של הכדור 1 כפונקציה של הזמן.

ב. חשב את הזמן שבו כדור 1 פוגע בקרקע ואת שיעורי נקודת הפגיעה בקרקע.

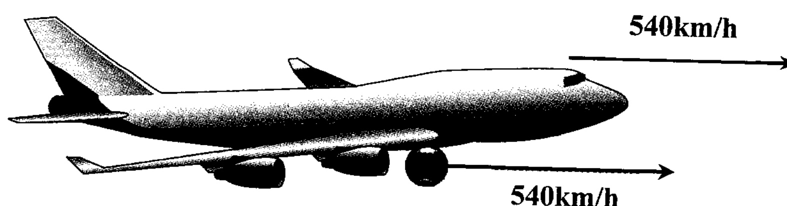
ג. בטא את הקואורדינטות x_2 ו- y_2 של הכדור 2 כפונקציה של הזמן ובתלות ב- v_{02}.

ד. קבע מה צריך להיות גודל המהירות v_{02} על מנת ששני הכדורים יתנגשו במהלך מעופם.

ה. חשב את מהירות כל אחד משני הכדורים בזמן ההתנגשות.

שאלה 4\פרק 3

מטוס טס בכיוון אופקי בגובה $h=2\text{km}$ מעל פני הקרקע ובמהירות קבועה של 540km/h. אל כנף המטוס מחובר גוף כדורי המתנתק ממנה ברגע $t=0$ (ראה תרשים).



נתון שמסת הגוף היא 0.5kg, ושהחיכוך עם האוויר זניח.

בחר ציר x אופקי שכיוונו החיובי ימינה, ציר y אנכי שכיוונו החיובי כלפי מטה ואת ראשית הצירים בנקודה שממנה ניתק הגוף הכדורי מכנף המטוס.

א. חשב את משך הזמן מניתוק גוף מהמטוס עד להגעתו לקרקע ואת מיקום פגיעת הגוף בקרקע.

ב. חשב את רכיבי מהירות הגוף ברגע הפגיעה בקרקע.

ג. קבע מהו המרחק האופקי בין המטוס והגוף ברגע פגיעת הגוף בקרקע. נמק קביעתך.

ד. תאר את תנועת הגוף ביחס לצופה:

(1) הנמצא על הקרקע.

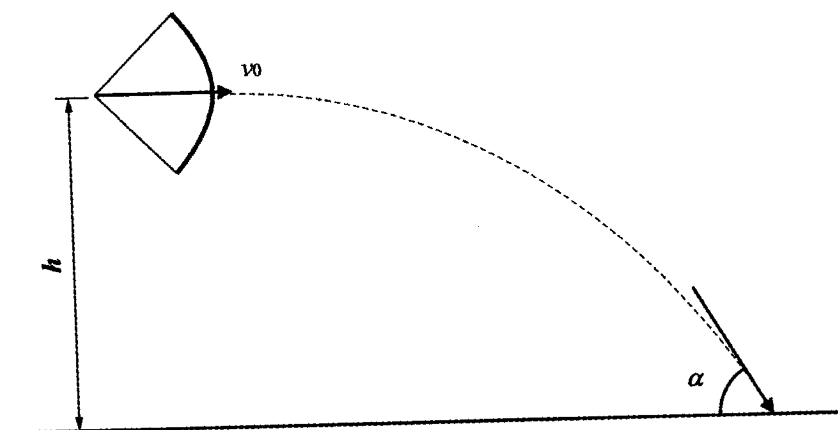
(2) הנמצא במטוס.

ה. ענה על סעיף ג' אם נתון שבמהלך תנועת הגוף באוויר, פעל עליו כוח <u>אופקי</u> נגדי שגודלו 2N.

ו. התייחס לסעיף הקודם (ה) ותאר את צורת מסלול הגוף ביחס לצופה הנמצא במטוס.

שאלה 5\פרק 3

יורים חץ במהירות אופקית שגודלה v_0 מגובה h מעל פני הקרקע כפי שמוצג בתרשים שלפניך, ומודדים את זווית הפגיעה של החץ בקרקע (הזווית α שבתרשים).



חוזרים על אותה פעולה מספר פעמים, ובכל פעם משנים את הגובה h ממנו נורה החץ.
תוצאות המדידות מוצגות בטבלה שלהלן:

$h(\text{cm})$	245	320	405	500	605	720
$\alpha(^\circ)$	35.0	38.7	42.0	45.0	47.7	50.2

א. מצא על סמך חוקים פיזיקליים את הקשר שבין זווית הפגיעה, α, והגובה שממנו נורה החץ, h.

ב. על סמך תוצאות הניסוי ועל הסמך הקשר שמצאת בסעיף הקודם שרטט גרף לינארי המתאר את הקשר בין h ל-α.

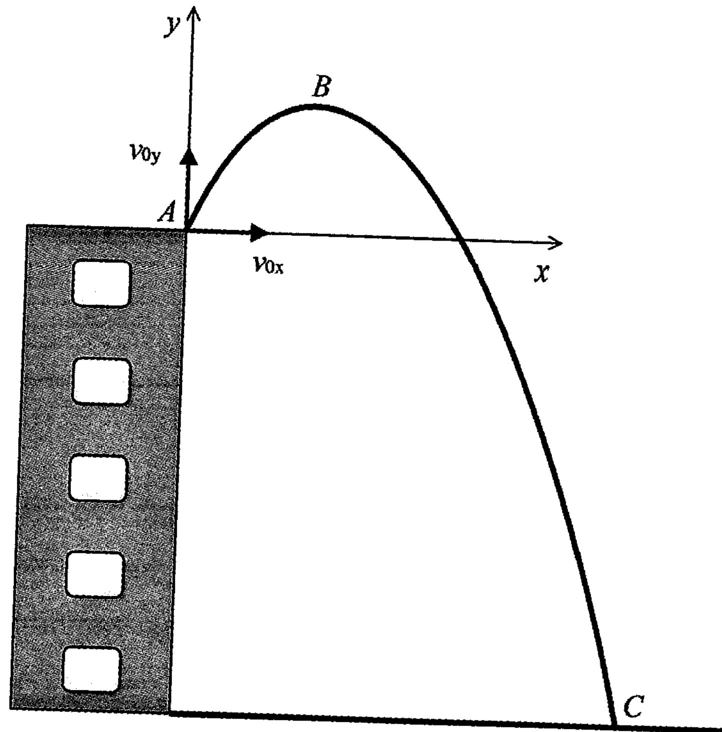
ג. היעזר בגרף שקיבלת ובקשר שמצאת בסעיף א' וחשב את המהירות v_0 שבה נורה החץ.

ד. חשב מהו הגובה h שעבורו מתקבלת זווית פגיעה של 60°.

ה. בטא באמצעות h את גודל הווקטור: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, כאשר $\vec{v}_1$ היא המהירות שבה נורה החץ ו-$\vec{v}_2$ היא מהירות הפגיעה של החץ בקרקע.

שאלה 6\פרק 3

גוף נזרק בזמן $t=0$ מגג בניין שגובהו $H=45\text{m}$ במהירות התחלתית שיש לה שני רכיבים: הראשון אופקי וגודלו 30m/s והשני אנכי כלפי מעלה וגודלו 40m/s כמתואר בתרשים שלפניך.



בוחרים ציר x אופקי, ציר y אנכי שכיוונו החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודה שממנה נזרק הגוף.

א. חשב את הזמן שבו הגוף מגיע לגובה המקסימלי וחשב גובה זה ביחס לפני הקרקע.

ב. חשב את הזמן שבו הגוף פוגע בקרקע, ואת שיעורי נקודת הפגיעה .

ג. חשב את רכיבי המהירות שבה הגוף פוגע בקרקע.

ד. חשב את:

(1) העתק הגוף בפרק הזמן מ- $t=0$ עד לזמן שבו הגוף פוגע בקרקע.

(2) המהירות הממוצעת של הגוף בפרק הזמן מ- $t=0$ עד לזמן שבו הגוף פוגע בקרקע.

ה. חשב את שיעורי הנקודה שבה $v_y=-20\text{m/s}$.

שאלה 7\פרק 3

לרשות תלמיד עומד אקדח צעצוע שיורה קלעי פלסטיק במהירות 20m/s. האקדח מחובר לבסיס נייד הנמצא על משטח אופקי, כך שהקליעים נורים ממנו בזווית של 30° ביחס למשטח. בכוונת התלמיד לפגוע באמצעות הקליעים הנורים מהאקדח בכדור המוצב על מוט בגובה 95cm מעל פני המשטח, כמתואר בתרשים שלפניך.

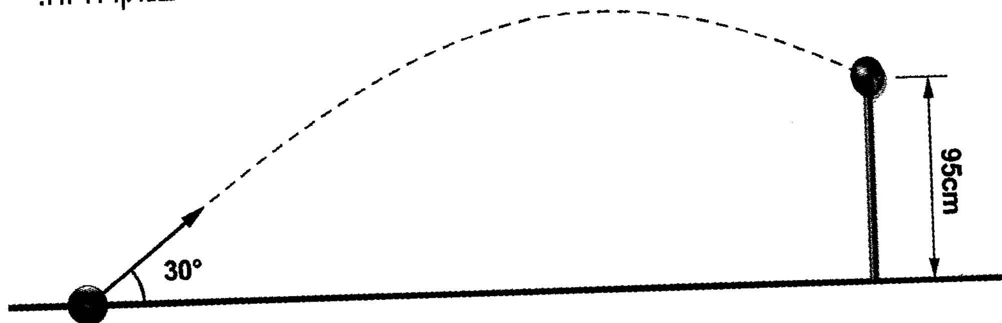
א. מתוך ניסויים חוזרים ונשנים, התלמיד מוצא שישנם שני מרחקים מהמוט שאם מציב בהם את האקדח (הבסיס), הקליע הנפלט מהאקדח פוגע בכדור המוצב על המוט. חשב שני מרחקים

אלה.

ב. חשב את רכיבי מהירות פגיעת קליע בכדור בשני המקרים בסעיף א'.

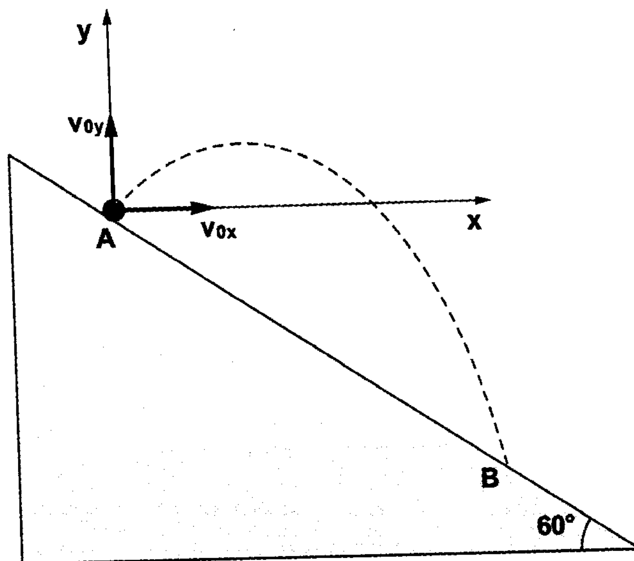
ג. מה צריך להיות גובה הכדור מעל המשטח על מנת שיהיה מרחק אחד של האקדח מהמוט שעבורו הקליע פוגע בכדור.

ד. חשב את המרחק בסעיף הקודם ואת המהירות שבה הקליע פוגע בכדור במקרה זה.



שאלה 8\פרק 3

גוף נזרק בזווית מסוימת מעל לאופק מנקודה A הנמצאת על מישור משופע. הגוף פוגע בנקודה B הנמצאת אף היא על אותו מישור משופע (ראה תרשים). נתון שזווית השיפוע של המישור המשופע היא 60°, ושרכיבי המהירות שבה הגוף נזרק הם $v_{0x} = 4\text{m/s}$ ו- $v_{0y} = 2\text{m/s}$ במערכת הצירים המוצגת בתרשים.



א. נסמן את המרחק בין שתי הנקודות A ו- B ב- ℓ. בטא באמצעות ℓ את רכיבי העתק הגוף בכיוון x ובכיוון- y בתנועתו מהנקודה A עד לנקודה B.

ב. חשב את ℓ.

ג. חשב את הזמן שלוקח לגוף להגיע מ- A עד B.

ד. חשב את המהירות שבה הגוף פוגע בנקודה B.

שאלה 9\פרק 3

אקדח צעצוע שיורה קליעי פלסטיק במהירות של 20m/s מחובר למשטח אופקי כך שקנהו יוצר זווית של 60° עם המשטח (ראה תרשים).

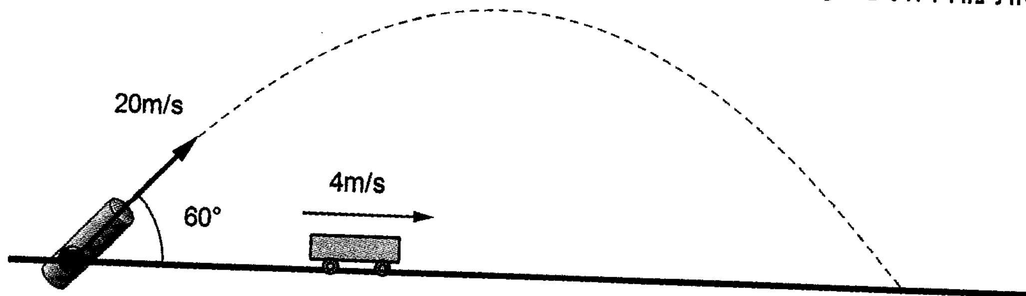
ברגע $t = 0$ עוברת ליד האקדח עגלה שנעה במהירות קבועה של 4m/s לאורך קו ישר הנמצא במישור תנועת הקליעים (ראה תרשים).

א. קבע באיזה זמן (ביחס ל- $t = 0$) יש לירות את הקליע על מנת שיפגע בעגלה, וקבע את זמן התנגשות הקליע בעגלה (ביחס ל- $t = 0$).

ב. בטא את הקואורדינטות x ו-y של הקליע כפונקציה של הזמן ביחס לראשית זמן המדידה $(t=0)$ שנבחר בבעיה.

ג. חשב את המיקום בו הכדור פוגע בעגלה.

ד. חשב את מהירות פגיעת הכדור בעגלה.



שאלה 10\פרק 3

כדור נזרק בזמן $t=0$ מפני הקרקע במהירות התחלתית של $20m/s$ ובזווית של $30°$ ביחס לאופק. במהלך תנועתו מתנגש הכדור בבניין בנקודה הנמצאת בגובה $3.75m$ מעל פני הקרקע.

א. חשב את זמן פגיעת הכדור בבניין כאשר:

(1) הכדור מתנגש בבניין לפני הגיעו לשיא הגובה של מסלולו.

(2) הכדור מתנגש בבניין אחרי הגעתו לשיא הגובה.

ב. חשב את מרחק הבניין מהנקודה ממנה נזרק הכדור בשני המקרים שבסעיף א'.

ג. חשב את מהירות פגיעת הכדור בבניין (גודל וכיוון) בכל אחד משני המקרים בסעיף א'.

ד. מסתבר שלכל נקודה על הבניין עד גובה מסוים מפני הקרקע, קיימים שני מרחקים שאם הכדור נזרק מהם הוא יפגע בנקודה זו, מלבד נקודה אחת שהכדור יפגע בה רק אם הוא נזרק ממרחק אחד ויחיד.

(1) קבע את הגובה של נקודה זו.

(2) חשב באיזה מרחק מהבניין יש לזרוק את הכדור על מנת שיפגע בנקודה זו.

(3) קבע את מהירות פגיעת הכדור בנקודה זו.

שאלה 11\פרק 3

משחררים כדור שמסתו $0.05kg$ ממנוחה בזמן $t=0$ מנקודה הנמצאת בגובה $20m$ מעל פני הקרקע. כתוצאה מזרימת אוויר פועל על הכדור כוח אופקי קבוע שגודלו $0.2N$.

א. האם תנועת הכדור מוגדרת כנפילה חופשית? הסבר את תשובתך.

ב. חשב את זמן הגעת הכדור לקרקע.

ג. חשב את מיקום פגיעת הכדור בקרקע.

ד. חשב את מהירות פגיעת הכדור בקרקע.

ה. קבע מהי צורת מסלול הכדור (קו ישר, פרבולה, או כל צורה אחרת) ביחס לצופה הנמצא על הקרקע.

פתרונות פרק 3 – זריקה משופעת

פתרון שאלה 1\פרק 2

א.

(1) נסמן את העגלה ב-1 ואת הכדור ב-2.

נחשב קודם את זמן הגעת הכדור לפני הקרקע.

נבחר ציר x אופקי וציר y אנכי, שכיווני החיובי כלפי מטה, ואת ראשית הצירים בנקודה שממנה נזרק הכדור.

בכיוון ציר y מתקיים: $y=5t^2$. נציב $y=45\text{m}$ ונקבל שזמן הגעת הכדור לפני הקרקע הוא:

$$45=5t^2 \quad \Rightarrow t=3\text{s}$$

מיקום העגלה כפונקציה של הזמן החל מ- $t=0$ נתון על ידי:

$$x_1=6t$$

אם הכדור נזרק בזמן t' (ביחס ל- $t=0$), הקואורדינטה x של הכדור נתונה על ידי:

$$x_2=12(t-t')$$

הכדור מגיע לקרקע בזמן $t=t'+3$, ועל מנת שיפגע בעגלה, צריך להתקיים:

$$x_2(3+t')=x_1(3+t')$$
$$\Rightarrow 12(3)=6(3+t') \quad \Rightarrow t'=3\text{s}$$

(2) כעת מתקיים:

$x_1=\frac{1}{2}at^2=t^2$, ו- $x_2=12(t-t')$. מהתנאי $x_2(3+t')=x_1(3+t')$

נקבל:

$$12(3)=(3+t')^2$$
$$\Rightarrow 36=9+6t'+t'^2$$
$$\Rightarrow t'^2+6t'-27=0$$
$$\Rightarrow (t'-3)(t'+9)=0$$
$$\Rightarrow t'_1=3, \quad t'_2=-9$$

נבחר בפתרון החיובי: $t'=3\text{s}$.

ב. מהירות פגיעת הכדור בעגלה, בשני המקרים, היא זהה:

$$v_x=12\text{m/s}$$
$$v_y=10(3)=30\text{m/s}$$
$$v=\sqrt{12^2+30^2}=32.3\text{m/s}$$
$$\tan\alpha=30/12 \quad \Rightarrow \alpha=68.2^\circ$$

במקרה זה הזווית α היא מתחת לאופק.

ג. בשני המקרים הזמן שחולף מ- $t=0$ עד רגע פגיעת הכדור בעגלה הוא 6s.

ההעתק של הכדור במהלך פרק זמן זה הוא:

$$\Delta y=45\text{m}$$
$$\Delta x=36\text{m}$$
$$\Rightarrow \Delta r=\sqrt{45^2+36^2}=57.63\text{m}$$
$$\tan\beta=\frac{45}{36} \quad \Rightarrow \beta=51.34^\circ$$

מכאן נקבל שהמהירות הממוצעת של הכדור היא:

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{57.63}{6}=9.6\text{m/s}$$

בכיוון $\beta=51.34^\circ$ מתחת לקו האופקי.

ד. מיקום העגלה כפונקציה של הזמן נתון על יד:

$x_1=\frac{1}{2}a(t-1)^2$.

הכדור פוגע בקרקע ב- $t=3\text{s}$ בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 36m. לכן, על מנת שהכדור יפגע בעגלה, צריך להתקיים:

$$\tfrac{1}{2}a(3-1)^2=36$$
$$\Rightarrow a=18\text{m/s}^2$$

פתרון שאלה 2\פרק 2

א. נבחר $t=0$ רגע עזיבת הגוף את המסלול בנקודה B. בכל זמן t במהלך תנועת הגוף באוויר מתקיים.

$x = v_0 t$

$y = \frac{1}{2} g t^2$

זמן הגעת הגוף לרצפה (כפונקציה של- y)

מתקבל מהמשוואה השנייה, והוא:

$t = \sqrt{2y/g}$

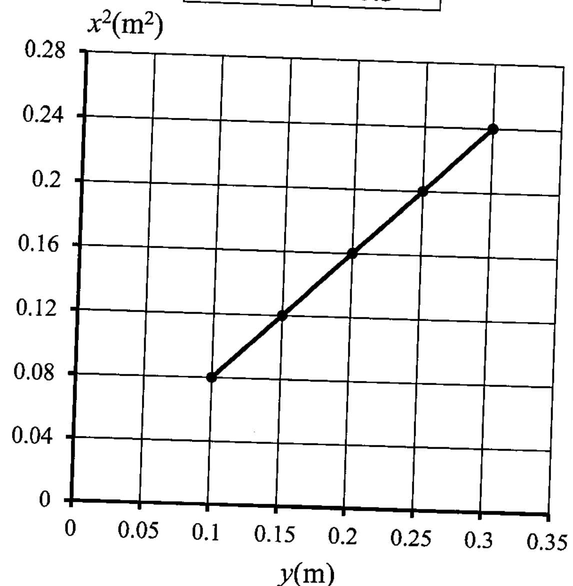
נציב את t במשוואה עבור x ונקבל:

$x = v_0 \sqrt{2y/g}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{2v_0^2}{g} y$

ב. על מנת לקבל גרף לינארי יש לשרטט את x^2 כפונקציה של y. נכין קודם טבלה של ערכי x^2 כפונקציה של y:

$x^2\left(\text{m}^2\right)$	$y(\text{m})$
0.08	0.1
0.12	0.15
0.16	0.2
0.2	0.25
0.24	0.3



ג. שיפוע הגרף המתקבל בסעיף ב' הוא 0.8. על פי סעיף א', שיפוע זה מיצג את הגודל $2v_0^2/g$. לכן נקבל:

$$\frac{2v_0^2}{g} = 0.8 \qquad \Rightarrow v_0 = 2\,\text{m/s}$$

משימור האנרגיה נקבל:

$$mgh = \tfrac{1}{2} m v_0^2 \qquad \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = 0.2\,\text{m}$$

ד. כאשר $y = 45\,\text{cm}$ נקבל שזמן פגיעת הכדור ברצפה הוא:

$$0.45 = 5t^2 \quad \Rightarrow t = 0.3\,\text{s}$$

לכן נקבל:

$v_y = 10(0.3) = 3\,\text{m/s}$

$v_x = v_0 = 2\,\text{m/s}$

$\Rightarrow v_C = \sqrt{3^3 + 2^2} = 3.6\,\text{m/s}$

$\tan\alpha = 3/2 \quad \Rightarrow \alpha = 56.31^\circ$

ה. בנקודה 1 יש לתאוצת הכדור שני רכיבים: הראשון בכיוון המשיק למסלול, ונובע מרכיב כוח הכובד בכיוון זה, והשני בכיוון ניצב למסלול ונובע מהשינוי בכיוון מהירות הגוף. לכן התאוצה השקולה בנקודה 1 מכוונת לכיוון חץ 7.

בנקודה 2 הכוח היחיד הפועל על הגוף הוא כוח הכובד המכוון לכיוון מטה, לכן לפי החוק השני של ניוטון, כיוון תאוצת הגוף בנקודה זו הוא כלפי מטה, כלומר בכיוון חץ 5.

ו. שתי גישות:

<u>גישה ראשונה:</u> מהגדרת התאוצה מקבלים שכיוון $\Delta\vec{v}$ הוא בכיוון התאוצה, $\vec{a}$, ועל פי החוק השני של ניוטון כיוון התאוצה הוא בכיוון הכוח השקול, כלומר כלפי מטה (כוח הכובד), לכן כיוון $\Delta\vec{v}$ הוא כלפי מטה.

<u>גישה שנייה:</u> נבחר שתי נקודות a ו- b לאורך נתיב נפילת הגוף לאחר עזיבתו את המסלול בנק' B. מתקיים:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_b - \vec{v}_a$$

מקשר זה מתקבל:

$\Delta v_x = v_{bx} - v_{ax}$

$\Delta v_y = v_{by} - v_{ay}$

מכיוון שבזריקה בזווית מתקיים $v_{bx} = v_{ax}$ נקבל: $v_{bx} - v_{ax} = 0$. לכן לווקטור $\Delta\vec{v}$ יש רכיב בכיוון ציר y בלבד.

פתרון שאלה 3\פרק 2

א.

$$x_1 = 20t$$
$$y_1 = -\tfrac{1}{2}gt^2$$

ב. הכדור הראשון פוגע בקרקע כאשר $y = -45\,\text{m}$:

$$-45 = -5t^2 \;\Rightarrow t = 3\,\text{s}$$

בזמן זה מתקיים:

$$x(3) = 20 \times 3 = 60\,\text{m}$$

לכן שיעורי נקודת פגיעת הכדור 1 בקרקע הם: $x = 60\,\text{m}$ ו- $y = -45\,\text{m}$.

ג.

$$x_2 = 40$$
$$y_1 = -45 + v_{02}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

ד. הכדור 1 חותך את מסלולו של כדור 1 כאשר מתקיים $x_1 = 40\,\text{m}$, וזה קורה כאשר:

$$20t = 40 \;\Rightarrow t = 2\,\text{s}$$

כלומר אם הכדורים יתנגשו זה יקרה ב- $t = 2\,\text{s}$.
על מנת ששני הכדורים יתנגשו צריך להתקיים:

$$y_2(2\,\text{s}) = y_1(2\,\text{s})$$
$$\Rightarrow -45 + v_{02}(2) - 5(2)^2 = -5(2)^2$$
$$\Rightarrow v_{02} = 22.5\,\text{m/s}$$

ה. מהירות הכדור הראשון ברגע ההתנגשות היא:

$$v_{1x} = 20\,\text{m/s}$$
$$v_{1y} = -10 \times 2 = -20\,\text{m/s}$$
$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28.28\,\text{m/s}$$
$$\tan\alpha = \frac{-20}{20} \;\Rightarrow \alpha = -45^{\circ}$$

מהירות הכדור השני ברגע ההתנגשות היא:

$$v_{2x} = 0$$
$$v_{2y} = 22.5 - 10(2) = 2.5\,\text{m/s}$$

פתרון שאלה 4\פרק 2

מתקיים: $540\,\text{km/h} = 150\,\text{m/s}$

עבור הגוף מתקיים:

$$x_1 = 150t, \quad y_1 = 5t^2$$

הגוף מגיע לקרקע כאשר $y = 2000\,\text{m}$. נציב ונקבל:

$$2000 = 5t^2 \;\Rightarrow t = 20\,\text{s}$$
$$x = 150 \times 20 = 3000\,\text{m}$$

ב.

$$v_{1x} = 150\,\text{m/s}$$
$$v_{1y} = 10 \times 20 = 200\,\text{m/s}$$

ג. עבור המטוס מתקיים $x_2 = 150t$. כלומר בכל רגע יש למטוס ולגוף אותו ערך של x (במהלך תנועתו הגוף נשאר מתחת למטוס, רק המרחק האנכי ביניהם גדל בהתמדה). מכאן שברגע הגעת הגוף לקרקע, המרחק האופקי בין המטוס והגוף הוא אפס.

ד.

(1) ביחס לצופה הנמצא על הקרקע, יש לגוף מהירות אופקית של $150\,\text{m/s}$ ותאוצה אנכית כלפי מטה שגודלה $10\,\text{m/s}^2$, לכן מסלול הגוף מנקודת מבט של צופה זה הוא המסלול שמתקבל בזריקה אופקי (חצי פרבולה).

(2) מכיוון שלמטוס ולגוף יש מהירות אופקית v_x **זהה**, הגוף נע ביחס לצופה הנמצא במטוס בתאוצה המכוונת בקו ישר כלפי מטה.

ה. מכיוון שאין לכוח שפועל על הגוף רכיב בכיוון האנכי, תאוצת הגוף בכיוון אנכי לא תשתנה ותישאר תאוצת הכובד, ולכן זמן הגעת הגוף לקרקע אינו משתנה ונשאר $20\,\text{s}$.

לעומת זאת, בכיוון אופקי הגוף נע בתאוצה שלילית שגודלה:

$$a_x = \frac{-2}{0.5} = -4\,\text{m/s}^2$$

המהירות התחלתית של הגוף היא $150\,\text{m/s}$.

לכן, שיעור x של הגוף ברגע הפגיעה בקרקע הוא:

$$x_1 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = 150(20) - 2(20)^2 = 2200\,\text{m}$$

הקואורדינטה x של המטוס ברגע זה היא:

$$x_2 = 150(20) = 3000\,\text{m}$$

לכן המרחק האופקי בין המטוס והגוף ברגע פגיעת הגוף בקרקע הוא:

$$\Delta x = 3000 - 2200 = 800\,\text{m}$$

ו. ביחס לצופה הנמצא במטוס מתקיים:

$$v_{0x} = 0$$
$$v_{0y} = 0$$
$$a_x = -4\,\text{m/s}^2$$
$$a_y = 10\,\text{m/s}^2$$

לפי כך מתקיים שעבור צופה הנמצא במטוס:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = -2t^2$$
$$y = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = 5t^2$$

לכן עבור צופה זה y כפונקציה של x נתון על ידי:

$$\frac{y}{x} = \frac{5}{-2} \quad \Rightarrow y = -2.5x$$

כלומר ביחס לצופה הנמצא במטוס, הגוף נע בקו ישר ששיפועו -2.5 במערכת הצירים שבחרנו.

פתרון שאלה 5/פרק 2

א. נבחר את הכיוון החיובי של ציר x בכיוון המהירות ההתחלתית ואת ציר y אנכי כלפי מטה. את ראשית הצירים נקבע בנקודה ממנה

נורה החץ. מתקיים:

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad (1)$$

כאשר $v_x = v_0$ ו- v_y מתקבל מהקשר:

$$v_{2y}^2 = v_{1y}^2 + 2a_y \Delta y$$

במערכת הצירים שבחרנו מתקיים: $v_{1y} = 0$, $a_y = g$ ו- $\Delta y = h$. נציב בקשר האחרון ונקבל:

$$v_{2y} = \sqrt{0 + 2gh} = \sqrt{2gh}$$

נציב בקשר (1) ונקבל:

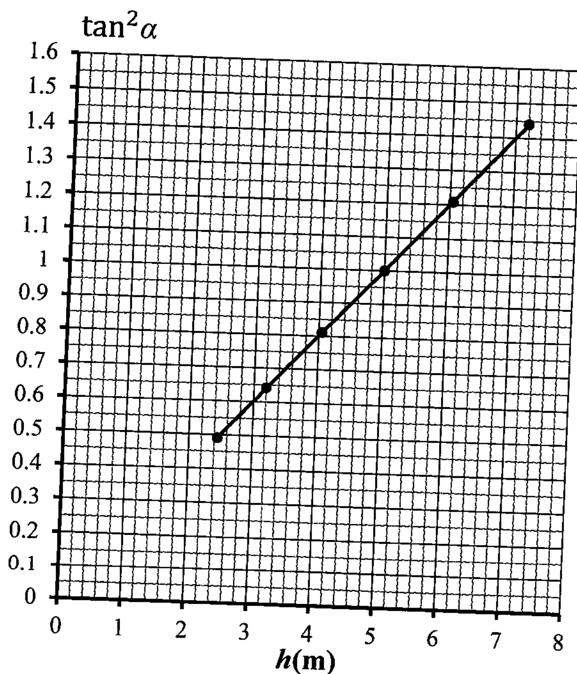
$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$$

ב. מהקשר שבסעיף הקודם נקבל:

$$\tan^2\alpha = \left(\frac{2g}{v_0^2}\right)h$$

לכן, על מנת לקבל קשר לינארי, יש לשרטט את $\tan^2\alpha$ כפונקציה של h.

על סמך הנתונים שבטבלה נקבל את הגרף הבא המתאר את $\tan^2\alpha$ כפונקציה של h:



ג. על פי סעיף א, שיפוע הגרף מבטא את הגודל $2g/v_0^2$. על מנת לחשב את שיפוע

הגרף, נבחר שתי נקודות על קו המגמה, לדוגמה: $(3,0.6)$ ו-$(6,1.2)$ ונקבל:

$$\frac{2g}{v_0^2}=\frac{1.2-0.6}{6-3}=0.2 \quad \Rightarrow v_0=10\,\text{m/s}$$

ד.

$$\tan^2 60^\circ=\left(\frac{2g}{10^2}\right)h \quad \Rightarrow h=15\,\text{m}$$

ה.

$$\Delta v_x=v_{2x}-v_{1x}=v_0-v_0=0$$
$$\Delta v_y=v_{2y}-\cancel{v_{1y}}=\sqrt{2gh}=\sqrt{2gh}$$

פתרון שאלה 6\פרק 2

א. במערכת הצירים שנבחרה בשאלה מתקיים עבור הגוף:

$$x=30t$$
$$y=40t-5t^2$$
$$v_x=30$$
$$v_y=40-10t$$

הגוף מגיע לגובה המקסימלי כאשר v_y מתאפס, וזה קורה כאשר:

$$40-10t=0 \quad \Rightarrow t=4\,\text{s}$$

הגובה המקסימלי, y_{max}, ביחס לגג הבניין הוא:

$$y_{max}=y(4)=40(4)-5(4)^2=80\,\text{m}$$

הגובה המקסימלי ביחס לפני הקרקע:

$$h_{max}=y_{max}+H=80+45=125\,\text{m}$$

ב. הגוף מגיע לפני הקרקע כאשר מתקיים: $y=-45$:

$$-45=40t-5t^2$$
$$5t^2-40t-45=0$$
$$t^2-8t-9=0$$
$$(t-9)(t+1)=0$$
$$\Rightarrow t_1=-1\,\text{s},\quad t_2=9\,\text{s}$$

בוחרים בפתרון החיובי: $t=9\,\text{s}$.

שיעורי נקודת הפגיעה בקרקע הם:

$$x_C=30(9)=270\,\text{m}$$
$$y_C=-45\,\text{m}$$

ג.

$$v_x(9\,\text{s})=30\,\text{m/s}$$
$$v_y(9\,\text{s})=40-10(9)=-50\,\text{m/s}$$

ד.

(1)

$$\Delta r=\sqrt{x_C^2+y_C^2}=\sqrt{270^2+45^2}=273.7\,\text{m}$$
$$\tan\alpha=\frac{y_C}{x_C}=\frac{-45}{270} \quad \Rightarrow \alpha_C=-9.46^\circ$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{273.7\,\text{m}}{9\,\text{s}}=30.4\,\text{m/s} \quad (2)$$

בכיוון 9.46° מתחת לקו האופקי.

ה. מהקשר $v_y=40-10t$ נקבל שהזמן שעבורו $v_y=-20\,\text{m/s}$ הוא:

$$40-10t=-20 \quad \Rightarrow t=6\,\text{s}$$

שיעורי הנקודה שבה $v_y=-20\,\text{m/s}$ הם:

$$x(6\,\text{s})=30(6)=180\,\text{m}$$
$$y(6\,\text{s})=40(6)-5(6)^2=60\,\text{m}$$

פתרון שאלה 7\פרק 2

א. נבחר ציר x אופקי וציר y אנכי, שכיוונו החיובי כלפי מעלה, ואת ראשית הצירים בנקודה ממנה נפלט הקליע.

הקואורדינטה y של הקליע כפונקציה של הזמן נתונה על ידי הביטוי:

$$y_1=(20\sin 30)t-5t^2$$

הזמנים שבהם הקליע פוגע בכדור הם הזמנים שעבורם מתקיים:

$$y_1(t)=0.95$$
$$\Rightarrow 10t-5t^2=0.95$$
$$\Rightarrow 5t^2-10t+0.95=0$$
$$\Rightarrow t_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{10^2-4(5)(0.95)}}{10}$$
$$\Rightarrow t_1=0.1\,\text{s} \qquad t_2=1.9\,\text{s}$$

מכיוון ש- $x=(20\cos 30)t$, נקבל ששני המרחקים הם:

$$x_1=(20\cos 30)(0.1)=1.73\,\mathrm{m}$$
$$x_2=(20\cos 30)(1.9)=32.9\,\mathrm{m}$$

ב. עבור המרחק הראשון מתקיים:

$$v_{1x}=20\cos 30=17.32\,\mathrm{m/s}$$
$$v_{1y}=10-10(0.1)=9\,\mathrm{m/s}$$

עבור המרחק השני מתקיים:

$$v_{2x}=20\cos 30=17.32\,\mathrm{m/s}$$
$$v_{2y}=10-10(1.9)=-9\,\mathrm{m/s}$$

ג. על מנת שיהיה מרחק אחד של הבסיס על מנת שהקליע יפגע בכדור, צריך להתקיים שגובה הכדור מעל פני המשטח שווה לגובה המקסימלי אליו מגיע הקליע מעל פני הקרקע, שהוא:

$$h_{\max}=\frac{0-v_{0y}^2}{2(a)}=\frac{-10^2}{2(-10)}=5\,\mathrm{m}$$

ד. הזמן שבו הקליע מגיע לגובה המקסימלי $(5\,\mathrm{m})$ הוא הזמן שבו v_y של הקליע מתאפס.

מכיוון ש- $v_y=10-10t$, נקבל:

$$10-10t=0\ \Rightarrow t=1\,\mathrm{s}$$

לכן נקבל שמרחק האקדח מהמוט במקרה זה הוא:

$$x(1\mathrm{s})=(20\cos 30)(1)=17.32\,\mathrm{m}$$

פתרון שאלה 8\פרק 2

א.

$$\Delta x=\ell\cos 60$$
$$\Delta y=-\ell\sin 60$$

ב. עבור הכדור מתקיים:

$$x=4t$$
$$y=2t-5t^2$$

הזמן שלוקח לגוף להגיע מ-A עד B הוא הזמן שעבורו $x=\ell\cos 60$

$$\Rightarrow t=\frac{\ell\cos 60}{4}$$

עבור זמן זה מתקבל: $y=-\ell\sin 60$, לכן נקבל:

$$-\ell\sin 60=2\frac{\ell\cos 60}{4}-5\left(\frac{\ell\cos 60}{4}\right)^2$$
$$\frac{5}{64}\ell^2=\ell\left(\sin 60+\tfrac{1}{4}\right)$$
$$\Rightarrow \ell=14.29\,\mathrm{m}$$

ג. מהקשר בסעיף ב' נקבל:

$$t=\frac{\ell\cos 60}{4}=\frac{14.29\cos 60}{4}=1.79\,\mathrm{s}$$

ד.

$$v_{Bx}=4\,\mathrm{m/s}$$
$$v_{By}=2-10(1.79)=-15.9\,\mathrm{m/s}$$
$$\Rightarrow v_B=\sqrt{15.9^2+4^2}=16.4\,\mathrm{m/s}$$
$$\tan\alpha_B=\frac{-15.9}{4}\qquad\Rightarrow \alpha_B=-75.88^\circ$$

פתרון שאלה 9\פרק 2

א. נסמן את הקליע ב-1 ואת העגלה ב-2.

מיקום העגלה נתון על ידי:

$x_2=4t$.

אם הקליע נפלט בזמן t', אז הקואורדינטה x של הקליע נתונה על ידי:

$$x_1=(v_0\cos 60)(t-t')=10(t-t')$$

הזמן הנדרש לקליע מהרגע בו הוא נורה ועד להגעתו שוב למשטח הוא:

$$t=2\frac{v_{0y}}{g}=\frac{2(20\sin 6)}{10}=3.46\,\mathrm{s}$$

אם הקליע נורה ברגע t' אז על מנת שיפגע בעגלה צריך להתקיים:

$$x_1(t'+3.46)=x_2(t'+3.46)$$
$$\Rightarrow 10(t'+3.46-t')=4(t'+3.46)$$
$$\Rightarrow t'=5.19\,\mathrm{s}$$

זמן התנגשות הכדור בעגלה הוא:

$$t = 5.19\,\text{s} + 3.46\,\text{s} = 8.65\,\text{s}$$

ב.

$$x_1(t) = 20\cos 60(t-5.19) = 10(t-5.19)$$
$$y_1(t) = 20\sin 60(t-5.19) - 5(t-5.19)^2$$

ג. המיקום הוא $y=0$ ה:

$$x = x_2(8.65\,\text{s}) = 4(8.65) = 34.6\,\text{m}$$

ד. אותה מהירות התחלתית $(20\,\text{m/s})$ בכיוון 60° מתחת לקו האופקי.

פתרון שאלה 10\פרק 2

א. נבחר ציר x אופקי שכיוונו החיובי בכיוון הרכיב האופקי של המהירות, וציר y אנכי שכיוונו החיובי כלפי מעלה.

הקואורדינטות x ו-y כפונקציה של הזמן ניתנות על ידי הביטויים הבאים:

$$x = (20\cos 30)t$$
$$y = (20\sin 30)t - 5t^2$$

הכדור מתנגש בבניין כאשר:

$$(20\sin 30)t - 5t^2 = 3.75$$
$$\Rightarrow 5t^2 - 10t + 3.75 = 0$$
$$\Rightarrow t^2 - 2t + 0.75 = 0$$
$$\Rightarrow (t-0.5)(t-1.5) = 0$$
$$\Rightarrow t_1 = 0.5\,\text{s}, \quad t_2 = 1.5\,\text{s}$$

הזמן הראשון שייך לעלייה והשני לירידה.

ב.

$$x_1 = (20\cos 30)(0.5) = 8.66\,\text{m}$$
$$x_2 = (20\cos 30)(1.5) = 25.98\,\text{m}$$

ג. מהירות הכדור כפונקציה של הזמן נתונה על ידי:

$$v_x = 20\cos 30 = 17.32\,\text{m/s}$$
$$v_y = 20\sin 30 - 10t$$

לכן מהירות הפגיעה ברגע $t = 0.5\,\text{s}$ היא:

$$v_x(0.5\,\text{s}) = 17.32\,\text{m/s}$$
$$v_y(0.5\,\text{s}) = 10 - 10(0.5) = 5\,\text{m/s}$$
$$v(0.5\,\text{s}) = \sqrt{17.32^2 + 5^2} = 18\,\text{m/s}$$
$$\tan\alpha = \frac{5}{17.32}$$
$$\Rightarrow \alpha = 16.1^\circ$$

מהירות הפגיעה ברגע $t = 1.5\,\text{s}$ היא:

$$v_x(1.5\,\text{s}) = 17.32\,\text{m/s}$$
$$v_y(1.5\,\text{s}) = 10 - 10(1.5) = -5\,\text{m/s}$$
$$v(1.5\,\text{s}) = \sqrt{17.32^2 + 5^2} = 18\,\text{m/s}$$
$$\tan\alpha = \frac{-5}{17.32} \quad \Rightarrow \alpha = -16.1^\circ$$

ד.

(1) הנקודה על הבניין שהכדור יפגע בה ממרחק אחד בלבד היא זו שגובהה מהקרקע שווה לגובה המקסימלי של מסלול הכדור, והוא שווה:

$$h_{\max} = \frac{0 - v_{0y}^2}{2a} = \frac{-(20\sin 30)^2}{2(-10)} = 5\,\text{m}$$

(2) הזמן הדרוש להגיע לנקודה שבתת סעיף ד(1), שהיא כאמור הגובה המקסימלי של הכדור הוא הזמן שבו v_y מתאפס:

$$20\sin 30 - 10t = 0 \quad \Rightarrow t = 1\,\text{s}$$

מרחק נקודת הזריקה מהבניין במקרה זה הוא:

$$x_1 = 20\cos 30(1) = 17.32\,\text{m}$$

(3)

$$v_x(1\,\text{s}) = 17.32\,\text{m/s}$$
$$v_y(1\,\text{s}) = 10 - 10(1) = 0$$

פתרון שאלה 11\פרק 2

א. מכיוון שבמהלך נפילתו פועל על הכדור כוח נוסף מלבד כוח הכובד, נפילת הכדור איננה נפילה חופשית.

ב. נבחר ציר x אופקי וציר y אנכי שכיוונו

החיובי כלפי מעלה. את ראשית הצירים נקבע בנקודת הזריקה ונקבל עבור הקואורדינטה y:

$$y=-\tfrac{1}{2}gt^2$$

הכדור מגיע לקרקע כאשר מתקיים $y=-20\,\text{m}$. לכן נקבל:

$$-20=-\tfrac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow t=2\,\text{s}$$

ג. במערכת הצירים שקבענו בסעיף הקודם מתקיים:

$$x=x_0+v_{0x}t+\tfrac{1}{2}\frac{F}{m}t^2=2t^2$$

$$y=-5t^2$$

מיקום נקודת פגיעת הכדור בקרקע הוא הערכים של x ו- y כאשר $t=2\,\text{s}$.

$$x(2\,\text{s})=2(2)^2=8\,\text{m}$$

$$y(2\,\text{s})=-5(2)^2=-20\,\text{m}$$

ד. מהירות הכדור כפונקציה של הזמן נתונה על ידי:

$$v_x=4t$$

$$v_y=-10t$$

מהירות הכדור כאשר הוא פוגע בקרקע היא המהירות ב- $t=2\,\text{s}$:

$$v_x(2\,\text{s})=4(2)=8\,\text{m/s}$$

$$v_y(2\,\text{s})=-10(2)=-20\,\text{m/s}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{8^2+20^2}=21.54\,\text{m/s}$$

$$\tan\alpha=\frac{-20}{8}\;\Rightarrow \alpha=-68.19^\circ$$

ה. על מנת לקבוע את צורת המסלול נמצא את משוואת המסלול, כלומר את המשוואה המתארת את y כפונקציה x. בסעיף ג קיבלנו:

$$x=2t^2$$

$$y=-5t^2$$

מהמשוואה הראשונה מתקבל: $t^2=x/2$. נציב במשוואה השנייה ונקבל:

$$y=-5\left(\frac{x}{2}\right)=-2.5x$$

לכן המסלול המתקבל הוא קו ישר.